Abschrift von Klausur für Theoretische Informatik 2 – SS07

Aufgabe 1 fehlt.

Aufgabe 2 [18]

Konstruieren Sie eine TM T (die pro Schritt schreibt und sich bewegt) mit

$L(T) = \{w \in \{x,y,z\}^*: |w|_x = |w|_y = |w|_z\}$.
Dabei bezeichne die Anzahl $|w|_a$ die Anzahl der Buchstaben a im Wort w.
Geben Sie zunächst eine verbale aber präzise Beschreibung der intendierten Arbeitsweise ihrer Maschine.

Aufgabe 3 [8]

a) [8]
Zeigen Sie, dass jeder endlich erkennende Automat durch eine TM simuliert werden kann.

b) [4]
Zeigen Sie, dass jeder endlich erkennende Automat sogar durch abzählbar unendlich viele Touringmaschinen simuliert werden kann, die nicht isomorph sind, d.h. sich nicht nur in der Bezeichnung der Zustände unterscheiden.

c) [4]
Bekanntermaßen gibt es nur abzählbar unendlich viele nicht isomorphe TM. Andererseits ist die Familie der Typ-3 Sprachen echt in der Familie der Typ-0 Sprachen enthalten.
Warum ist das kein Widerspruch zu der Aussage in Teil (b) ?

Aufgabe 4

a) [5]
Formulieren Sie den Satz von Rice.

b) [10]
Untersuchen Sie detailliert folgende Sprachen auf Entscheidbarkeit:
$L_0 = \{c(M)$: M akzeptiert jede Eingabe der Länge 1$\}$
$L_1 = \{c(M)$: M ist eine Turingmaschine$\}$

Aufgabe 5

Bewerten Sie mit Beweis den Wahrheitsgehalt folgender Aussagen:

a) [4]
Jede reguläre Sprache gehört zu P.

b) [4]
Sprachen in P können nicht kontextsensitiv sein.
c) [4]
Eine Sprache ist genau dann rekursiv aufzählbar, wenn sie und ihr Komplement rekursiv sind.

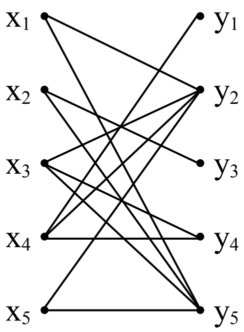
d) [4]
Die Klasse NP ist unter der $(\text{-})^*$-Operation abgeschlossen

---

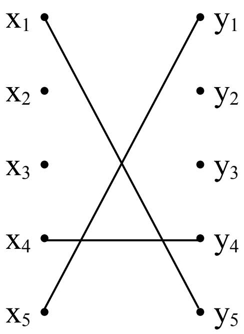
Aufgabe 6

Wir betrachten eine bipartiten Graphen und ein zugehöriges Matching:

G:



M:



a) [4]
Finden Sie alle erweiternden Wege gerader Länge. Erläutern sie zunächst ihre Strategie zum Auffinden dieser Wege.

b) [6]
Finden Sie alle erweiternden Wege der Länge 3, nachdem sie zunächst Ihre Strategie zum Auffinden dieser Wege erläutert haben. Bestimmen Sie anschließend die zugehörigen größeren Matchings.

c) [4]
Welche der im Teil (b) gefundenen Matchings sind maximal? Vergrößern sie alle nicht maximalen Matchings mit Hilfe von erweiternden Wegen.

Aufgabe 7

Das E-Problem „daneben“ hat als Eingabe eine endliche Menge K, eine Menge $D \subseteq P(K)$ von Teilmengen von K, und eine ganze Zahl $p \leq |K|$. Zu entscheiden ist, ob es eine Teilmenge $M \subseteq K$ mit höchstens p Elementen gibt, die für jede der Mengen D ein Element enthält, das nicht zu D gehört.

Überlegen sie sich zunächst eine vernünftige (im wesentlichen binäre) Codierung, von Instanzen dieses Problems als Eingabe für eine Turingmaschine. Beweisen sie dann detailliert die NP-Vollständigkeit dieses Problems.
[Hinweis: Das aus den Hausaufgaben bekannte E-Problem „Knotenüberdeckung“ KÜ ist NP-vollständig. Für die Eingabe <G,m>, bestehend aus einem ungerichteten Graphen G = <v,E> und einer Zahl $m \in \mathbb{N}$, ist zu entscheiden, ob eine höchstens m-elementige Knotenmenge $V \subseteq C$ existiert, so dass mindestens ein Endpunkt jeder Kante in E zu V gehört.]

(Fehler möglich und wahrscheinlich)