



Theoretische Informatik II

Testklausur

Bitte füllen Sie als erstes die folgenden drei Kästchen deutlich lesbar aus.

Name:

Vorname:

Matrikelnummer:

Bitte schreiben Sie mit einem dokumentenechten Stift, nicht in Rot, und verwenden Sie separate Blätter für jede bearbeitete Aufgabe.

Markieren Sie jede bearbeitete Aufgabe auf dem Deckblatt indem Sie die Aufgabennummer einkreisen. Nur markierte Aufgaben werden korrigiert!

Schreiben Sie außerdem Ihren Namen auf alle Blätter, die Sie abgeben.

Schalten Sie evtl. mitgeführte Handys vor der Klausur ab.

Es gibt insgesamt 90 Punkte: 1 Punkt = 1 Minute Bearbeitungszeit.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
Punkte						

Aufgabe 1 [17 PUNKTE]

- (a) [4 PUNKTE] Geben Sie die formale Definition einer Turingmaschine an!
- (b) [7 PUNKTE] Definieren Sie die Folgekonfigurationsrelation \vdash .
Was ist formal eine Berechnung einer Turingmaschine?
Was ist eine akzeptierende/nicht akzeptierende Berechnung?
- (c) [6 PUNKTE] Ordnen Sie die folgenden Sprachklassen über einem Alphabet nach Inklusion und geben Sie Beispiele an, die belegen, dass die Inklusionen echt sind:
- rekursiv aufzählbare Sprachen
 - endliche Sprachen
 - alle Sprachen
 - rekursive Sprachen
 - kontextfreie Sprachen
 - reguläre Sprachen

Aufgabe 2 [20 PUNKTE]

Es sei $\Sigma = \{a, b, c, d\}$. Für ein Wort $w \in \Sigma^*$ ist $|w|_x$ die Anzahl der x -Symbole in w wobei $x = a, b, c, d$. Geben Sie formal korrekt und vollständig (also mit allen Zustandsübergängen) eine Turing-Maschine an, die die folgende Sprache akzeptiert:

$$L = \{ w \mid w \in \Sigma^* \text{ mit } |w|_a = |w|_c \text{ und } |w|_b = |w|_d \}.$$

Erklären Sie zuerst informell die Idee der Arbeitsweise ihrer TM und kommentieren Sie die Zustandsübergänge klar und verständlich!

Aufgabe 3 [17 PUNKTE]

Wir betrachten das Alphabet $\Sigma = \{ \mid \}$.

- (a) [12 PUNKTE] Beweisen Sie mit dem Diagonalverfahren, dass die Menge aller Funktionen

$$f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$$

überabzählbar ist.

- (b) [5 PUNKTE] Kann jede Funktion $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ durch eine Turingmaschine berechnet werden?
Begründen Sie Ihre Antwort ausführlich.

Aufgabe 4 [23 PUNKTE]

- (a) [5 PUNKTE] Nennen Sie den Satz von Rice.
- (b) [5 PUNKTE] Benutzen Sie den Satz, um zu beweisen, dass die folgende Sprache nicht entscheidbar ist:

$$L = \{ c(M) \mid M \text{ ist TM die jede Eingabe akzeptiert} \}.$$

- (c) [13 PUNKTE] Beweisen Sie mit einem Reduktionsbeweis, dass die folgende Sprache nicht entscheidbar ist:

$$L_{\text{eq}} = \{ c(M_1)c(M_2) \mid M_1 \text{ und } M_2 \text{ sind Turing-Maschinen mit } L(M_1) = L(M_2) \}.$$

Aufgabe 5 [13 PUNKTE]

Für ein Programmierprojekt muß Ihre Freundin Marianne Maschbau öfter $(n \times n)$ -Matrizen miteinander multiplizieren.

Helfen Sie Ihrer Freundin, indem Sie Ihr in klarem und gut kommentierten Pseudocode einen Algorithmus für die Multiplikation zweier $(n \times n)$ -Matrizen angeben.

Führen Sie eine Laufzeitanalyse Ihres Algorithmus durch.